

L'indagine OCSE PISA 2021

Ambito principale: matematica

- PISA (*Programme for International Student Assessment*) – OCSE (Organizzazione per la Cooperazione e lo Sviluppo Economico)
- Ritorna la matematica come ambito principale. L'ultima volta è stata nel 2012.
- La visione della competenza matematica è cambiata nel tempo. In tempi recenti, la digitalizzazione di molti aspetti della vita ha messo in discussione ciò che significa essere matematicamente competenti.
- Diventa importante il ruolo del ragionamento.
- Il riconoscimento della crescente discontinuità tra il contesto del secolo scorso e il futuro ha suscitato una discussione intorno allo sviluppo delle competenze del XXI secolo negli studenti.



- 1) Cosa devono imparare gli studenti?
- 2) Quali studenti devono imparare cosa?

Today, the world no longer rewards you for what you know – Google knows everything – but for what you can do with what you know.

Da “World class - How to build a 21st-century school system“

La risposta a queste domande dipende dalla concezione che abbiamo della matematica



Andreas Schleicher – Capo Divisione e coordinatore del [OECD Programme for International Student Assessment](#) (PISA)

- Ogni studente dovrebbe imparare (ed avere l'opportunità di imparare) a pensare matematicamente, usando il ragionamento matematico (sia deduttivo che induttivo) insieme ad un piccolo insieme di concetti matematici fondamentali che sostengono questo ragionamento e che non sono necessariamente insegnati esplicitamente, ma vengono fatti conoscere e rinforzati durante le esperienze di apprendimento di uno studente.
- Come è stato organizzato il quadro di riferimento di PISA 2021
- Il ciclo di modellizzazione matematica rimane una caratteristica chiave del quadro PISA 2021
- Per la prima volta, per la matematica, la somministrazione sarà via computer.
- Per garantire lo studio longitudinale dell'indagine, la maggior parte degli item in PISA 2021 saranno item che sono stati utilizzati nelle precedenti rilevazioni PISA. Diversi item rilasciati, basati sul quadro precedente, possono essere trovati su <http://www.oecd.org/pisa/test>.

Struttura del quadro di riferimento di PISA 2021

- ❑ E' organizzato in tre sezioni principali.
 - ❑ Definizione di competenza matematica: cosa si intende per «*Mathematical Literacy*»
 - ❑ Organizzazione del dominio in quattro diversi aspetti:
 - ❑ il ragionamento matematico e i tre processi matematici (del ciclo di modellazione/risoluzione dei problemi);
 - ❑ il modo in cui la conoscenza del contenuto matematico è organizzata nel quadro PISA 2021 e la conoscenza del contenuto che è rilevante per una valutazione di studenti di 15 anni
 - ❑ la relazione tra l'alfabetizzazione matematica e le cosiddette competenze del 21° secolo;
 - ❑ i contesti in cui gli studenti affronteranno le sfide matematiche.
- ❑ Valutazione della competenza matematica

PISA 2012 e 2021: Definizione di competenza matematica

2012

La *literacy* matematica è «la capacità di una persona di formulare, utilizzare e interpretare la matematica in svariati contesti. Tale competenza comprende la capacità di ragionare in modo matematico

e di utilizzare concetti, procedure, dati e strumenti di carattere matematico per descrivere, spiegare e prevedere fenomeni.

Aiuta gli individui a riconoscere il ruolo che la matematica gioca nel mondo, a operare valutazioni e a prendere decisioni fondate che consentano loro di essere cittadini impegnati, riflessivi e con un ruolo costruttivo».

La *literacy* matematica non è un attributo che un individuo ha o non ha. Piuttosto, l'alfabetizzazione matematica è un attributo che si trova su un continuum, con alcuni individui che sono più matematicamente alfabetizzati di altri - e con il potenziale di crescita sempre presente.

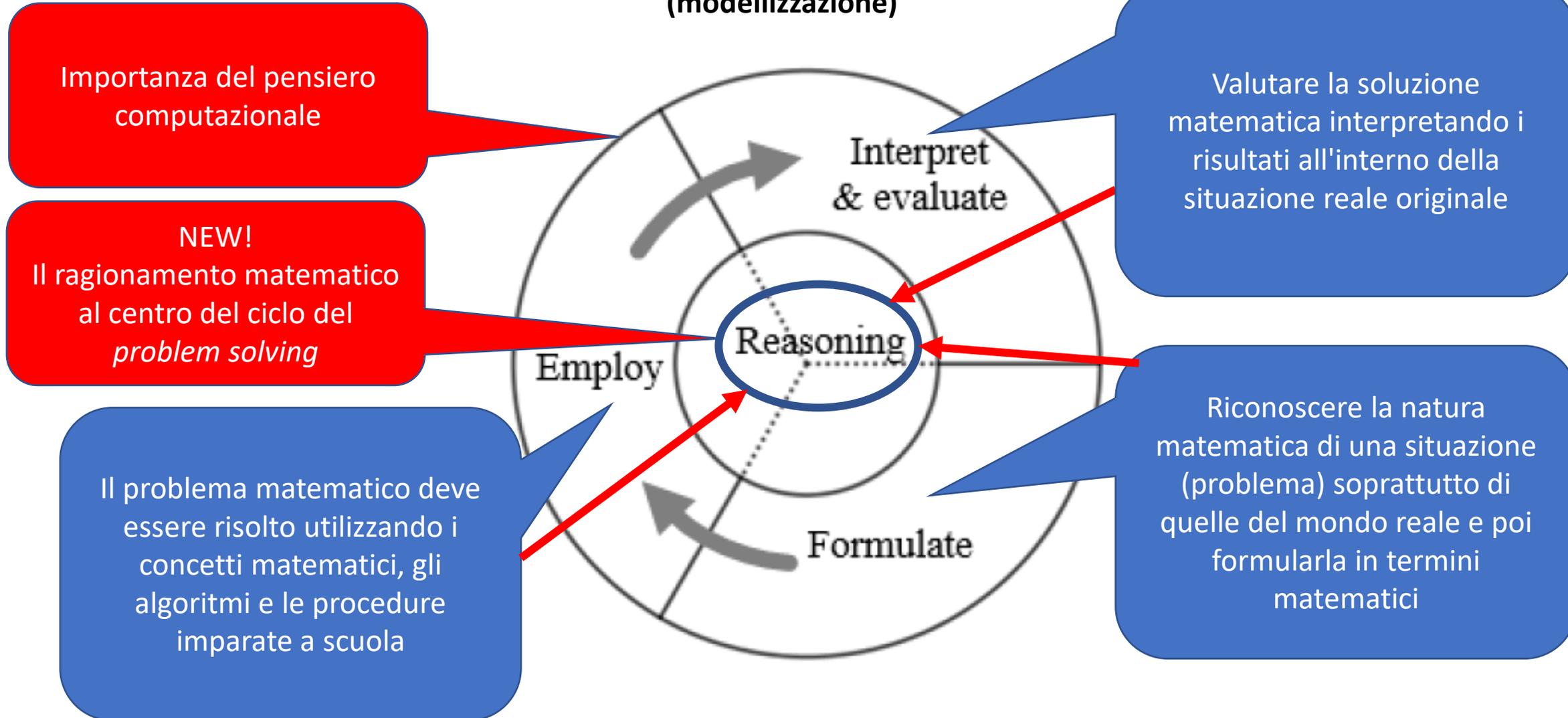
2021

La *literacy* matematica è « la capacità di una persona di ragionare in modo matematico e di formulare, utilizzare e interpretare la matematica per risolvere problemi in svariati contesti del mondo reale.

Tale competenza comprende la capacità di utilizzare concetti, procedure, dati e strumenti per descrivere, spiegare e prevedere fenomeni. Aiuta gli individui a conoscere il ruolo che la matematica gioca nel mondo, a operare valutazioni e a prendere decisioni fondate che consentano loro di essere cittadini del 21° secolo impegnati, riflessivi e con un ruolo costruttivo».

Framework PISA 2021

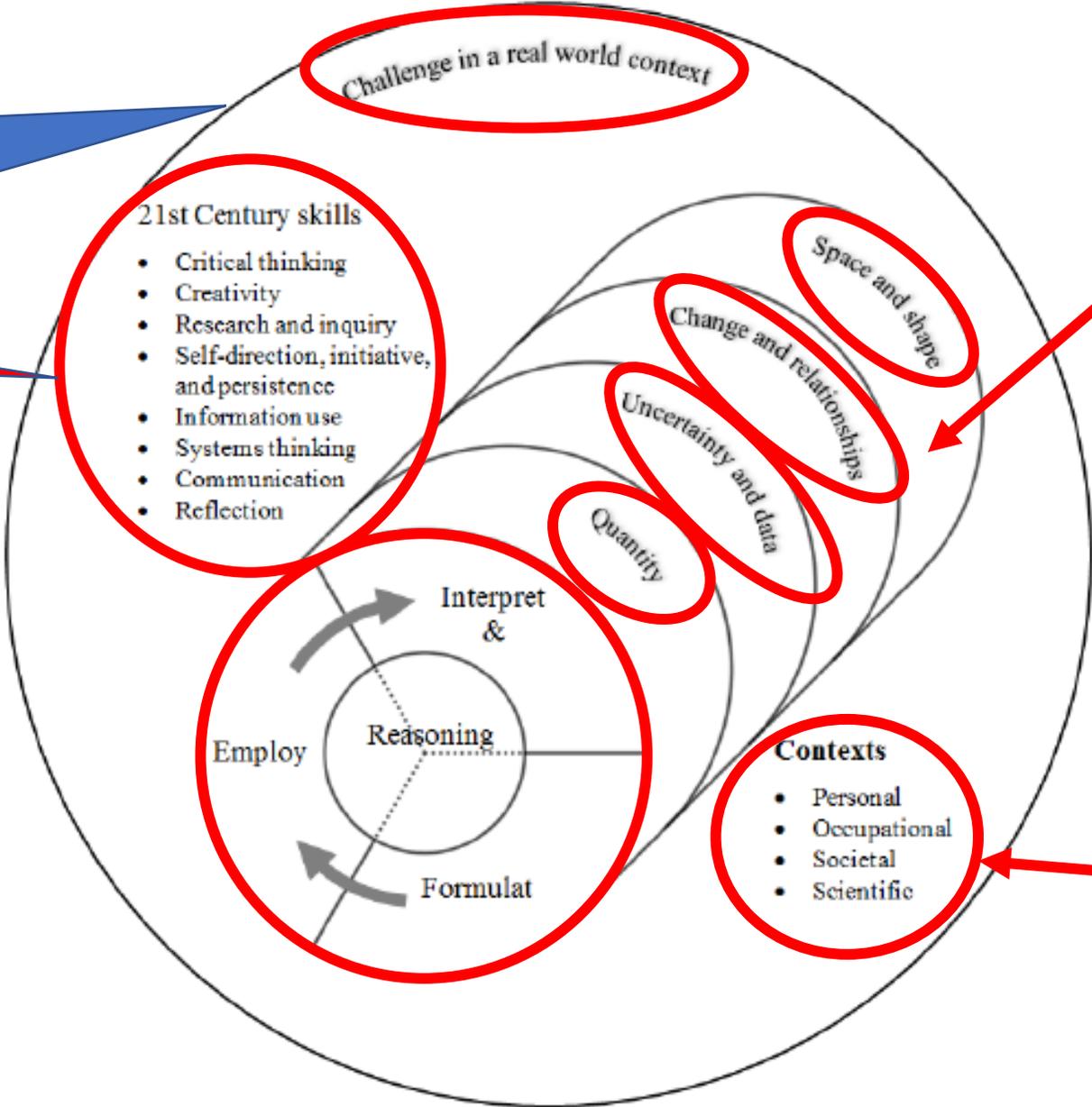
Literacy matematica: la relazione tra il ragionamento matematico e il ciclo del *problem solving* (modellizzazione)



PISA 2021: la relazione tra ragionamento matematico, il ciclo della modellizzazione, gli ambiti di contenuto, i contesti e le abilità del 21° secolo.

Il cerchio esterno mostra che la competenza matematica si attua nel contesto di un problema che si presenta nel mondo reale.

NEW



Contenuti matematici a cui gli studenti devono attingere per ragionare, per formulare il problema (trasformando la situazione del mondo reale in una situazione matematica problematica), per risolvere il problema matematico una volta formulato, e per interpretare e valutare la soluzione determinata.

*Personale
Occupazionale
Pubblico
Scientifico*

Dare una rappresentazione di una situazione utilizzando la Matematica (formulate)

Capacità di un individuo di riconoscere e identificare opportunità per utilizzare la matematica e così fornire una struttura matematica a un problema presentato in un contesto reale.

VENDITA DI GIORNALI

Due giornali di Zedlandia cercano venditori. I cartelli pubblicitari qui sotto indicano quanto i due giornali pagano i venditori.

CORRIERE DI ZEDLANDIA

HAI BISOGNO DI SOLDI IN PIÙ?

VENDI IL NOSTRO GIORNALE

Verrai pagato:
0,20 zed a giornale per i primi 240 venduti in una settimana, più 0,40 zed per ciascun giornale in più venduto.

GIORNALE DI ZEDLANDIA

LAVORO BEN PAGATO CHE RICHIEDE POCO TEMPO!

Vendi il *Giornale di Zedlandia* e guadagni 60 zed a settimana, più 0,05 zed in più per ogni giornale venduto.

Domanda 1: VENDITA DI GIORNALI

PM994Q01 - 0 1 9

In media, Federico vende 350 copie del *Corriere di Zedlandia* alla settimana.

Quanto guadagna in media ogni settimana?

Importo in zed:

VENDITA DI GIORNALI - INDICAZIONI PER LA CORREZIONE D1

OBIETTIVO DELLA DOMANDA:

- Descrizione: identificare informazioni rilevanti di un modello matematico semplice per calcolare un numero
- Area dei contenuti matematici: cambiamenti e relazioni
- Contesto: occupazionale
- Processo: formulare

Impiegare concetti, fatti, procedure e ragionamenti matematici (*employ*)

Capacità di un individuo di applicare concetti, fatti, procedure e ragionamenti per risolvere problemi matematici al fine di ottenere conclusioni matematiche.

VELOCITÀ DI FLUSSO

Le infusioni intravenose (o flebo) servono per somministrare fluidi e medicinali ai pazienti.



Le infermiere devono calcolare la velocità di flusso, D , di un'infusione in gocce al minuto.

Per questo utilizzano una formula $D = \frac{d \cdot v}{60n}$ dove

d è il ritmo di flusso misurato in gocce al millilitro (ml)

v è il volume in ml dell'infusione

n è la durata dell'infusione in numero di ore.

$$D = \frac{d \cdot v}{60 \cdot n}$$

Domanda 1: VELOCITÀ DI FLUSSO

PM903Q01 - 0 1 2 9

Un'infermiera vuole raddoppiare la durata di un'infusione.

Descrivi con precisione come cambia D se n viene raddoppiato ma d e v non cambiano.

VELOCITÀ DI FLUSSO - INDICAZIONI PER LA CORREZIONE D1

OBIETTIVO DELLA DOMANDA:

Descrizione: spiegare qual è l'effetto prodotto sul valore del risultato quando si raddoppia una variabile in una formula sapendo che tutte le altre variabili restano costanti

Area dei contenuti matematici: cambiamenti e relazioni

Contesto: occupazionale

Processo: applicare

Domanda 1: ENERGIA EOLICA

PM922Q01



Stabilisci se le seguenti affermazioni sull'impianto eolico E-82 possono essere dedotte dalle informazioni fornite. Fai un cerchio intorno a "Sì" o a "No" per ciascuna affermazione.

Affermazione	Questa affermazione può essere dedotta dalle informazioni fornite?
La costruzione di tre impianti costerà in totale più di 8.000.000 di <u>zed</u> .	Sì / No
I costi di manutenzione dell'impianto corrispondono a circa il 5% della sua resa.	Sì / No
I costi di manutenzione dell'impianto eolico dipendono dal numero di kWh prodotti.	Sì / No
L'impianto eolico non è in funzione esattamente per 97 giorni all'anno.	Sì / No

risultati e conclusioni matematiche e vita reale. Questo comprende anche ornando al contesto del problema e minato contesto.

GIA EOLICA

Medopoli si sta pensando di costruire alcuni per produrre elettricità.

Medopoli ha raccolto informazioni sul ello.

	E-82
re:	138 metri
rotanti:	3
ia pala:	40 metri
Velocità massima di rotazione:	20 rotazioni al minuto
Costo della costruzione:	3.200.000 <u>zed</u>
Resa:	0,10 <u>zed</u> per kWh prodotto
Costi di manutenzione:	0,01 <u>zed</u> per kWh prodotto
Efficienza:	In funzione per il 97% dell'anno

Interpretare
matematici



Nota: il chilowattora (kWh) è un'unità di misura dell'energia

Smartphone use

Introduction

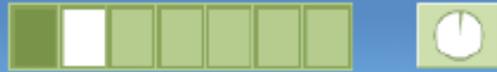
Read the introduction. Then click on the NEXT arrow.

Computer-Based Assessment of Mathematics (CBAM);
 Abilità nel saper usare il computer, in particolare saper utilizzare fogli di calcolo con ordinamento e altre funzionalità

SMARTPHONE USE

Il foglio di calcolo mostra la popolazione (in milioni) e il numero di persone che utilizzano uno smartphone (in milioni) per una serie di paesi in Asia. I dati sono stati raggruppati per nome del paese

Column A 	Column B 	Column C 	Column D 
Country	Population (in millions)	Number of smartphone users (in millions)	
Bangladesh	166.735	8.921	
Indonesia	266.357	67.57	
Japan	125.738	65.282	
Malaysia	31.571	20.98	
Pakistan	200.663	23.228	
Philippines	105.341	28.627	
Thailand	68.416	30.486	
Turkey	81.086	44.771	
Vietnam	96.357	29.043	



Smartphone use

Question 2/3

Tu puoi ordinare i dati nel foglio selezionando il bottone Ordina in testa alla colonna. I dati verranno ordinati in ordine crescente.

Utilizza il bottone Ordina per rispondere alle seguenti affermazioni.

Clicca su Vero o Falso per ciascuna affermazione

Statement	True	False
Il paese con la popolazione più grande ha anche un numero maggiore di persone che utilizzano lo smartphone	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
Il paese con il minor numero di persone che utilizzano lo smartphone ha anche la popolazione più piccola	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Il paese con la più alta percentuale di persone che utilizzano lo smartphone ha anche la popolazione più piccola	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Il paese la cui percentuale di persone che utilizza lo smartphone rappresenta la mediana è anche il paese in cui il numero di persone che utilizzano lo smartphone rappresenta la mediana	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>

SMARTPHONE USE

Nella colonna D sono stati aggiunti i dati della percentuale di persone che utilizzano lo smartphone

Column A	Column B	Column C	Column D
Country	Population (in millions)	Number of smartphone users (in millions)	Proportion of smartphone users
Bangladesh	166.735	8.921	5%
Indonesia	266.357	67.57	25%
Japan	125.738	65.282	52%
Malaysia	31.571	20.98	38%
Pakistan	200.663	23.228	12%
Philippines	105.341	28.627	27%
Thailand	68.416	30.486	45%
Turkey	81.086	44.771	55%
Vietnam	96.357	29.043	30%





Smartphone use

Question 3/3

You can change the horizontal axis variable between the **Population (in millions)** and the **Minimum hourly wage (in Zeds)** for each country by selecting the corresponding tab.

By selecting the corresponding tabs study the different graphs and answer the question.

For which variable (population or minimum hourly wage) does the proportion of smartphone users in a country increase as the variable value increases?

- Population
- Minimum hourly wage (Zeds)

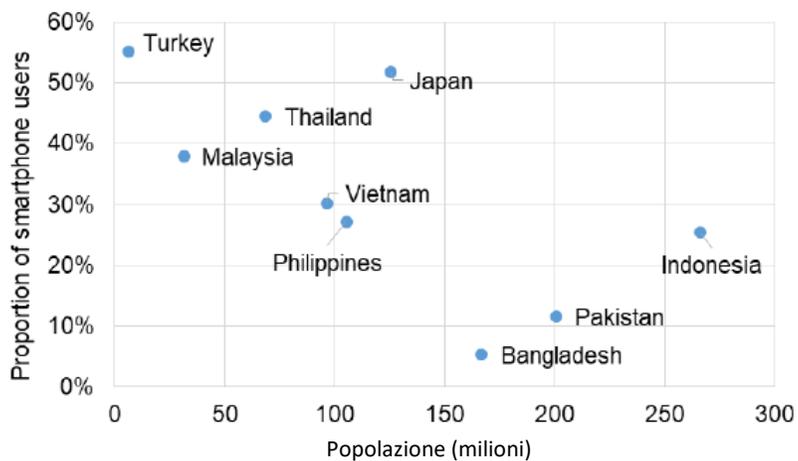
Explain your reasoning:

SMARTPHONE USE

The graph plots the proportion of smartphone users per country in terms of either the **Population (in millions)** and the **Minimum hourly wage (in Zeds)** for each country.

Popolazione

Salario orario minimo

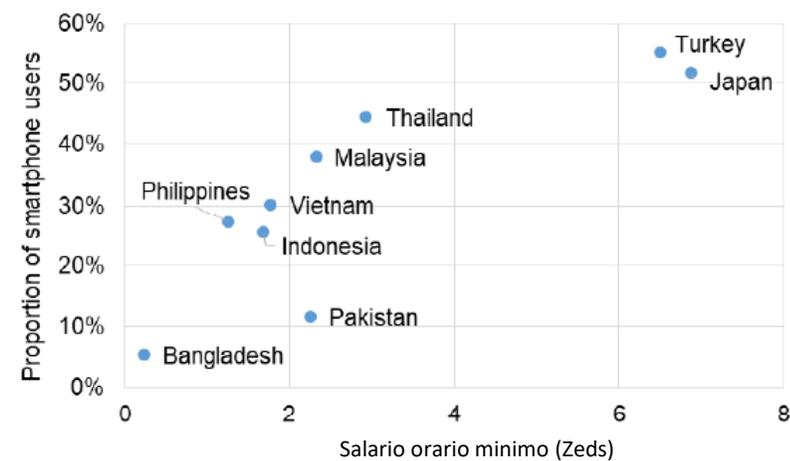


SMARTPHONE USE

The graph plots the proportion of smartphone users per country in terms of either the **Population (in millions)** and the **Minimum hourly wage (in Zeds)** for each country.

Popolazione

Salario orario minimo





Tiling

Introduction

Read the introduction. Then click on the NEXT arrow

Ragionamento e pensiero
computazionale

Rappresentazioni
geometriche

Un piastrellista sta pavimentando un pavimento. Può usare due diversi tipi di mattonelle, la mattonella A e la mattonella B

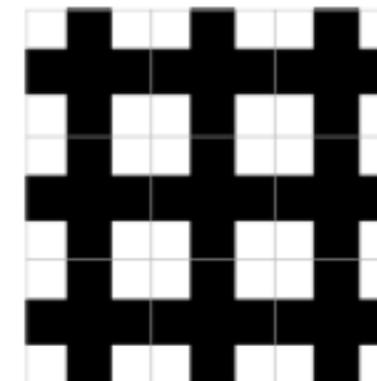
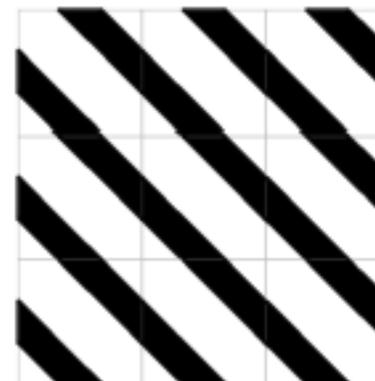


Tile A



Tile B

Utilizzando solo la mattonella A può fare lo schema sulla sinistra, e utilizzando solo la mattonella B può fare lo schema sulla destra.





Tiling

Question 2/5

Refer to "tiling" on the right. Use drag-and-drop to complete the problem.

Il piastrellista vuole mettere a punto una serie di istruzioni che può dare alle persone che vogliono costruire lo stesso schema di pavimentazione. Trascina gli elementi negli appositi spazi per completare le istruzioni che producono lo schema sulla destra.

IF THEN ELSE TILE A TILE B

TILING INSTRUCTIONS

For row = 1 to 4

Per prima cosa determinare la piastrella di sinistra nella fila

IF la fila ha un numero dispari
 THEN the first tile is **TILE A**
 ELSE the first tile is **TILE B**

Completa la fila aggiungendo piastrelle

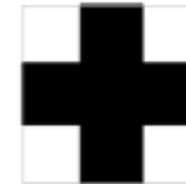
IF the previous tile is **TILE B**
 THEN use **TILE A**
 ELSE use **TILE B**

Next row

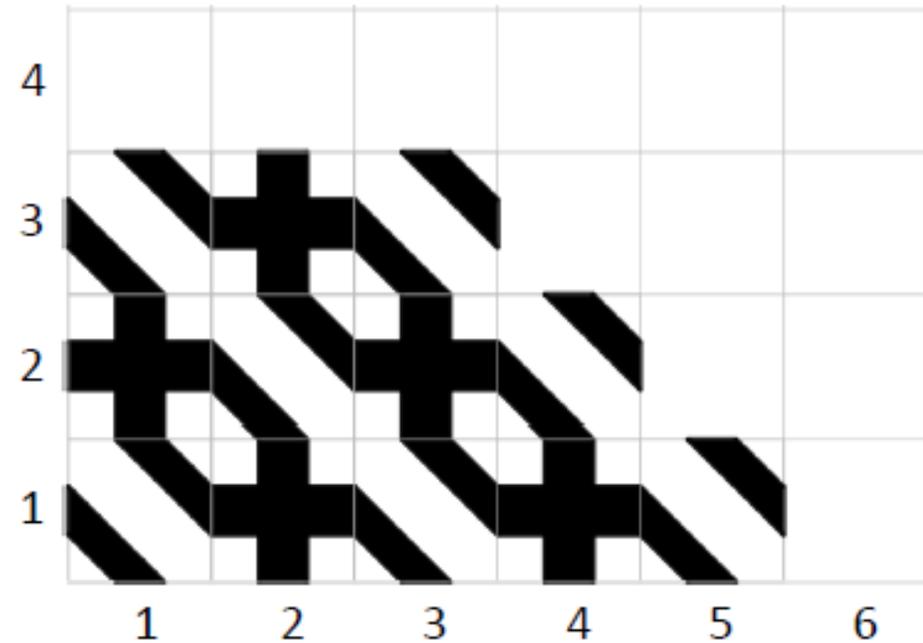
TILING

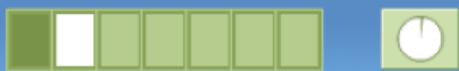


Tile A



Tile B





Tiling

Question 3/5

Refer to "tiling" on the right. Click on the choices to answer the question.

Il piastrellista vuole essere in grado di prevedere quale piastrella andrà in qualsiasi posizione sulla griglia. Per esempio, vuole sapere quale piastrella userà nella posizione segnata (m ; n).

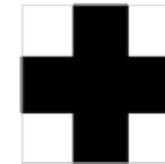
Studia il motivo delle piastrelle e in particolare le quattro piastrelle evidenziate con un bordo rosso. Seleziona TUTTE le regole seguenti che prevedano correttamente la piastrella necessaria per ogni posizione della griglia (m ; n).

Rule	
Se $m + n$ è dispari usa la piastrella A, altrimenti usa la piastrella B	<input type="radio"/>
Se $m + n$ è pari usa la piastrella A, altrimenti usa la piastrella B	<input checked="" type="radio"/>
Se $m \times n$ è dispari usa la piastrella A, altrimenti usa la piastrella B	<input checked="" type="radio"/>
Se $m \times n$ è pari usa la piastrella A, altrimenti usa la piastrella B	<input type="radio"/>
Se m è dispari e n è pari, usa la piastrella A, altrimenti usa la piastrella B	<input type="radio"/>
Se m e n sono entrambi dispari o entrambi pari, usa la piastrella A, altrimenti usa la piastrella B	<input checked="" type="radio"/>

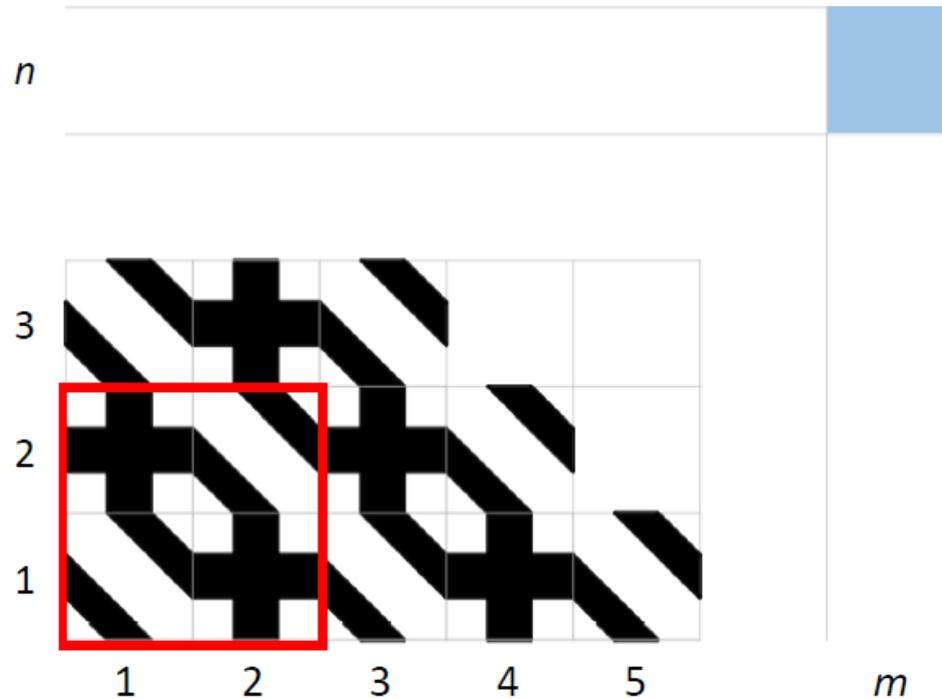
TILING



Tile A



Tile B





The beauty of powers

Introduction

Read the introduction. Then click on the NEXT arrow.

Questo item presenta:

- ❖ Una serie di elementi di ragionamento matematico dal più semplice al più complesso in un contesto matematico; e
- ❖ Accenni a fenomeni di crescita, anche se, in realtà, il contesto per questo item è più focalizzato sul ragionamento e sul riconoscimento di modelli che sulla crescita.

THE BEAUTY OF POWERS

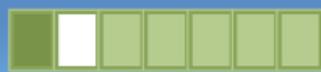
Quando si esegue una moltiplicazione ripetuta dello stesso numero si può utilizzare la potenza che riassume quello che si sta facendo

For example:

$$8 \times 8 \times 8 \times 8 = 8^4 \text{ (four 8s multiplied together)}$$

and

$$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^6 \text{ (six 7s multiplied together)}$$



The beauty of powers

Question 1/3

Refer to "The beauty of powers" on the right. Click on either **True** or **False** for each of the statements.

Statement	True	False
Il numero 8^{16} è 8 volte più grande del numero 8^{15}	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
Il numero 8^{10} è 10 volte più grande del numero 8	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

THE BEAUTY OF POWERS

Quando si esegue una moltiplicazione ripetuta dello stesso numero si può utilizzare la potenza che riassume quello che si sta facendo

For example:

$$8 \times 8 \times 8 \times 8 = 8^4 \text{ (four 8s multiplied together)}$$

and

$$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^6 \text{ (six 7s multiplied together)}$$

**The beauty of powers**

Question 2/3

Refer to "The beauty of powers" on the right. Click on a choice to answer the question.

$$(-5)^{43} + (-1)^{43} + (5)^{43}$$

Qual è il valore dell'espressione qui sopra?

- 1
- 1
- 0
- 5

THE BEAUTY OF POWERS

Quando si esegue una moltiplicazione ripetuta dello stesso numero si può utilizzare la potenza che riassume quello che si sta facendo

For example:

$$8 \times 8 \times 8 \times 8 = 8^4 \text{ (four 8s multiplied together)}$$

and

$$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^6 \text{ (six 7s multiplied together)}$$

**The beauty of powers**

Question 3/3

Refer to "The beauty of powers" on the right. Click on a choice to answer the question.

Qual è l'ultima cifra del numero 7^{190} ?

- 1
- 3
- 7
- 9

THE BEAUTY OF POWERS

Qui sotto sono mostrate le prime nove potenze del 7.

Guarda quanto crescono velocemente!

Le ultime cifre di questi numeri seguono una regola o uno schema. Analizza la regola per rispondere alla domanda.

$$\begin{array}{rcl} 7^1 = & & 7 \\ 7^2 = & & 49 \\ 7^3 = & & 343 \\ 7^4 = & & 2\,401 \\ 7^5 = & & 16\,807 \\ 7^6 = & & 117\,649 \\ 7^7 = & & 823\,543 \\ 7^8 = & & 5\,764\,801 \\ 7^9 = & & 40\,353\,607 \end{array}$$

Caratteristiche dei quesiti

- 3 Tipologie di quesiti:
 - A scelta multipla
 - A risposta aperta univoca
 - A risposta aperta articolata
- Punteggio da assegnare a ogni quesito: la maggior parte è dicotomico (o corretto o errato) ma si può prevedere, per alcuni quesiti, un punteggio parziale
- 6 livelli di abilità (per il livello 1, il più basso, si prevede un'ulteriore suddivisione in sotto livelli 1a - 1b - 1c)/5 livelli di difficoltà dei quesiti
- Modello di Rasch

La costruzione della scala

Soggetti con livello di abilità più basso



Soggetti con livello di abilità più alto



Item più facili

Item 2

Item 6

Item 36

Item 44

Item 47

Item più difficili

Item 11

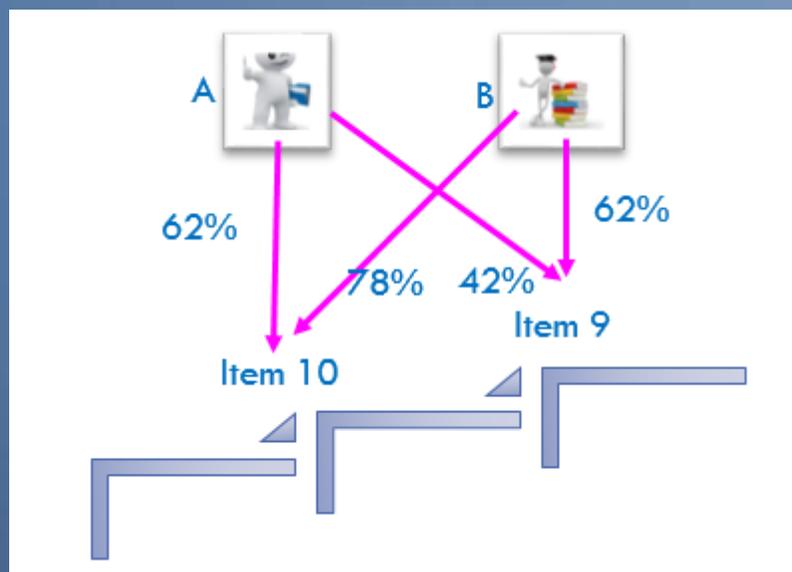
Item 211

Item 23

La banca degli item e il test assembly



I livelli di Matematica



Centrato sulla media
del campione
INVALSI 2018

Il livello descrittivo
più alto

Livello 5

Livello
4

Livello
3

Livello
2

Livello
descrittivo più
basso

Livello
1

0,80 logits

Livelli di abilità più bassi

Livelli di abilità più alti

I livelli di abilità

4	545	<p>OCSE: 18,2 %</p> <p>Italia: 16,7 %</p> <p>Italia Livello 10: 19,0%</p>	<p>Gli studenti che si collocano al 4° Livello sono in grado di servirsi in modo efficace di modelli dati applicandoli a situazioni concrete complesse anche tenendo conto di vincoli che richiedano di formulare assunzioni. Essi sono in grado, inoltre, di selezionare e di integrare fra loro rappresentazioni differenti, anche di tipo simbolico, e di metterle in relazione diretta con aspetti di vita reale. A questo livello, gli studenti sono anche capaci di utilizzare abilità ben sviluppate e di ragionare in maniera flessibile, con una certa capacità di scoperta, limitatamente ai contesti considerati. Essi riescono a formulare e comunicare spiegazioni e argomentazioni basandosi sulle proprie interpretazioni, argomentazioni e azioni.</p>
3	482	<p>OCSE: 23,7 %</p> <p>Italia: 24,6 %</p> <p>Italia Livello 10: 26,5%</p>	<p>Gli studenti che si collocano al 3° Livello sono in grado di eseguire procedure chiaramente definite, comprese quelle che richiedono decisioni in sequenza. Essi sono in grado, inoltre, di selezionare e applicare semplici strategie per la risoluzione dei problemi. A questo livello, gli studenti sono anche capaci di interpretare e di utilizzare rappresentazioni basate su informazioni provenienti da fonti differenti e di ragionare direttamente a partire da esse. Essi riescono a elaborare brevi comunicazioni per esporre le proprie interpretazioni, i propri risultati e i propri ragionamenti.</p>

QUALE MACCHINA SCEGLIERE?

Cristina ha appena preso la patente e vuole comprare la sua prima macchina.



La tabella qui sotto, avuta da un concessionario del suo quartiere, mostra le caratteristiche di quattro macchine.

Modello:	Beta	Gazzella	Castello	Diamante
Anno	2003	2000	2001	1999
Prezzo di vendita (in zed)	4.800	4.450	4.250	3.990
Chilometraggio (in chilometri)	105.000	115.000	128.000	109.000
Cilindrata (in litri)	1,79	1,796	1,82	1,783

Domanda 3: QUALE MACCHINA SCEGLIERE?

PM985Q03

Cristina dovrà inoltre pagare di tasse il 2,5% del prezzo di vendita della macchina.

Quante sono le tasse da pagare per la Beta?

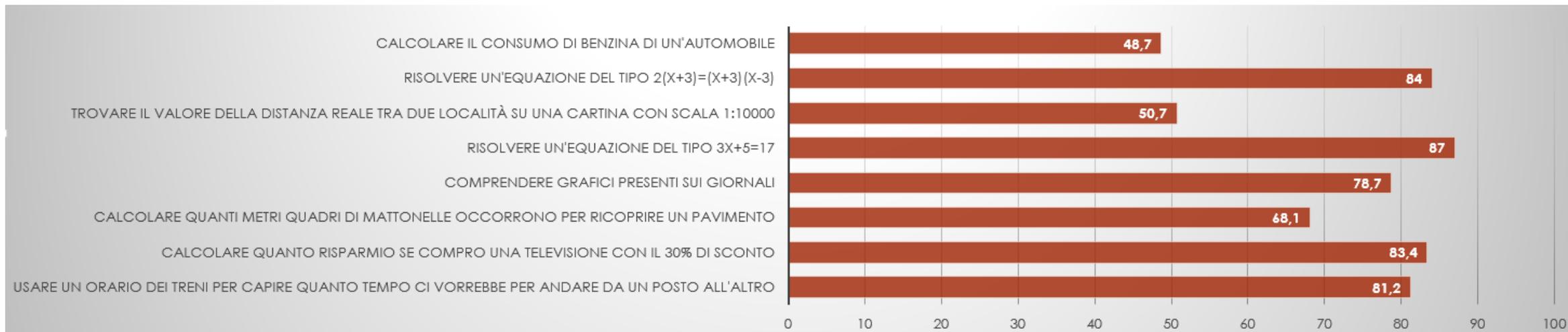
Livello 4

Tasse in zed:

L'importanza dei questionari

- I questionari forniscono un contesto attraverso il quale interpretare i risultati di PISA sia all'interno dei sistemi educativi che tra di essi.
- I questionari mirano a fornire una misurazione affidabile e valida di ulteriori indicatori educativi, che possono dare informazioni alla politica e alla ricerca in modo autonomo
- In aggiunta alla valutazione della competenza matematica di PISA 2012 (e anche in PISA 2022) sono state identificate diverse aree interessanti che riguardano l'atteggiamento degli studenti nei confronti della matematica, atteggiamenti che li predispongono a un impegno produttivo in matematica:
 - interesse degli studenti per la matematica
 - disponibilità a impegnarsi in essa (Es.: Vale la pena impegnarsi in matematica perché mi sarà utile nel lavoro che vorrei fare da grande)
 - Motivazione intrinseca

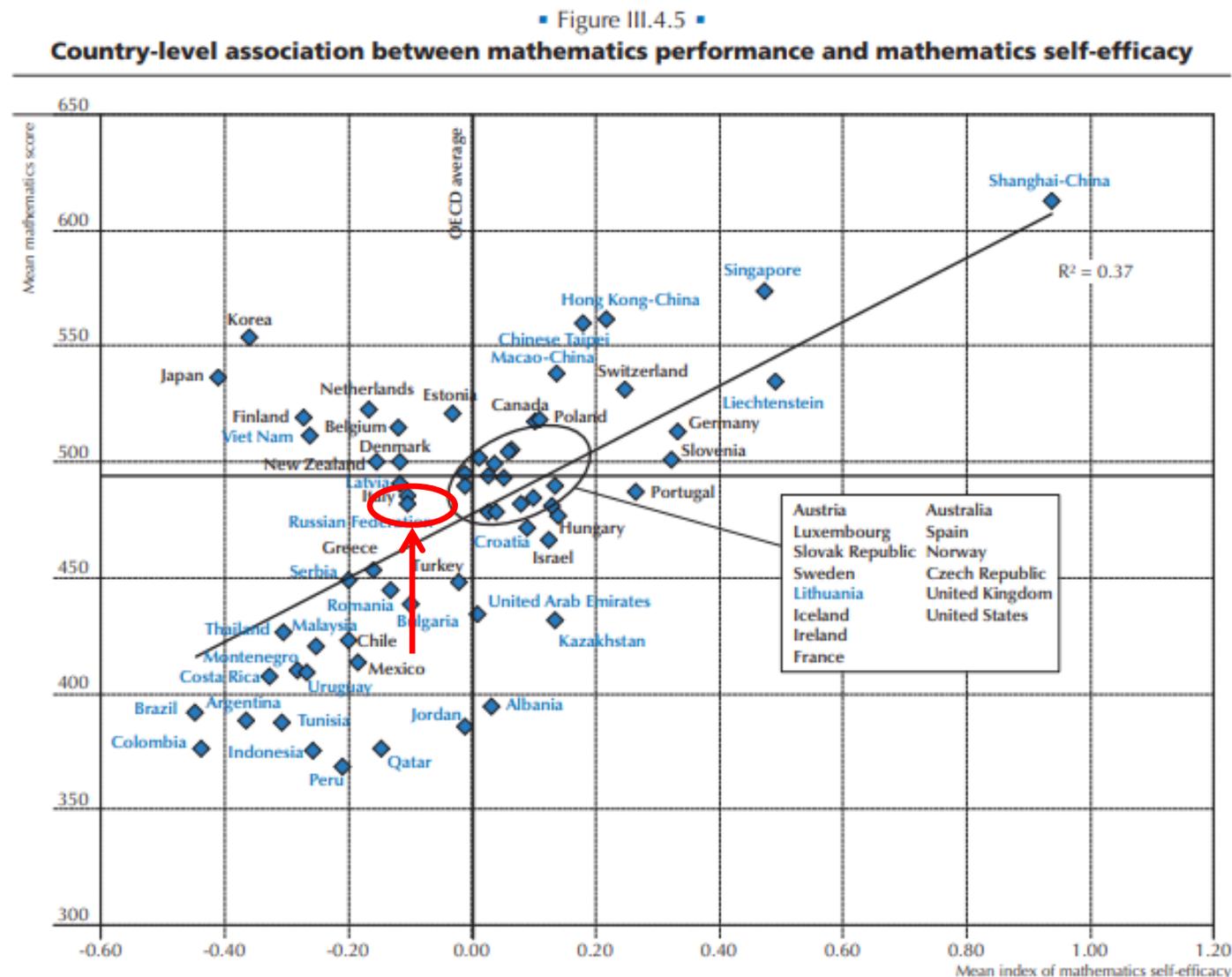
Percentuale di studenti italiani che hanno dichiarato di sentirsi sicuri o molto fiduciosi nel fare i seguenti compiti



*“Convinzione nelle proprie capacità di organizzare e realizzare il corso di azioni necessario a gestire adeguatamente le situazioni che si incontreranno in modo da raggiungere i risultati prefissati”
(Bandura, 1986).*

Relazione tra il punteggio in matematica e il senso di autoefficacia in matematica

- Mentre migliori prestazioni in matematica portano a livelli più elevati di autoefficacia, gli studenti che hanno bassi livelli di autoefficacia in matematica sono ad alto rischio di prestazioni inferiori in matematica, nonostante le loro capacità

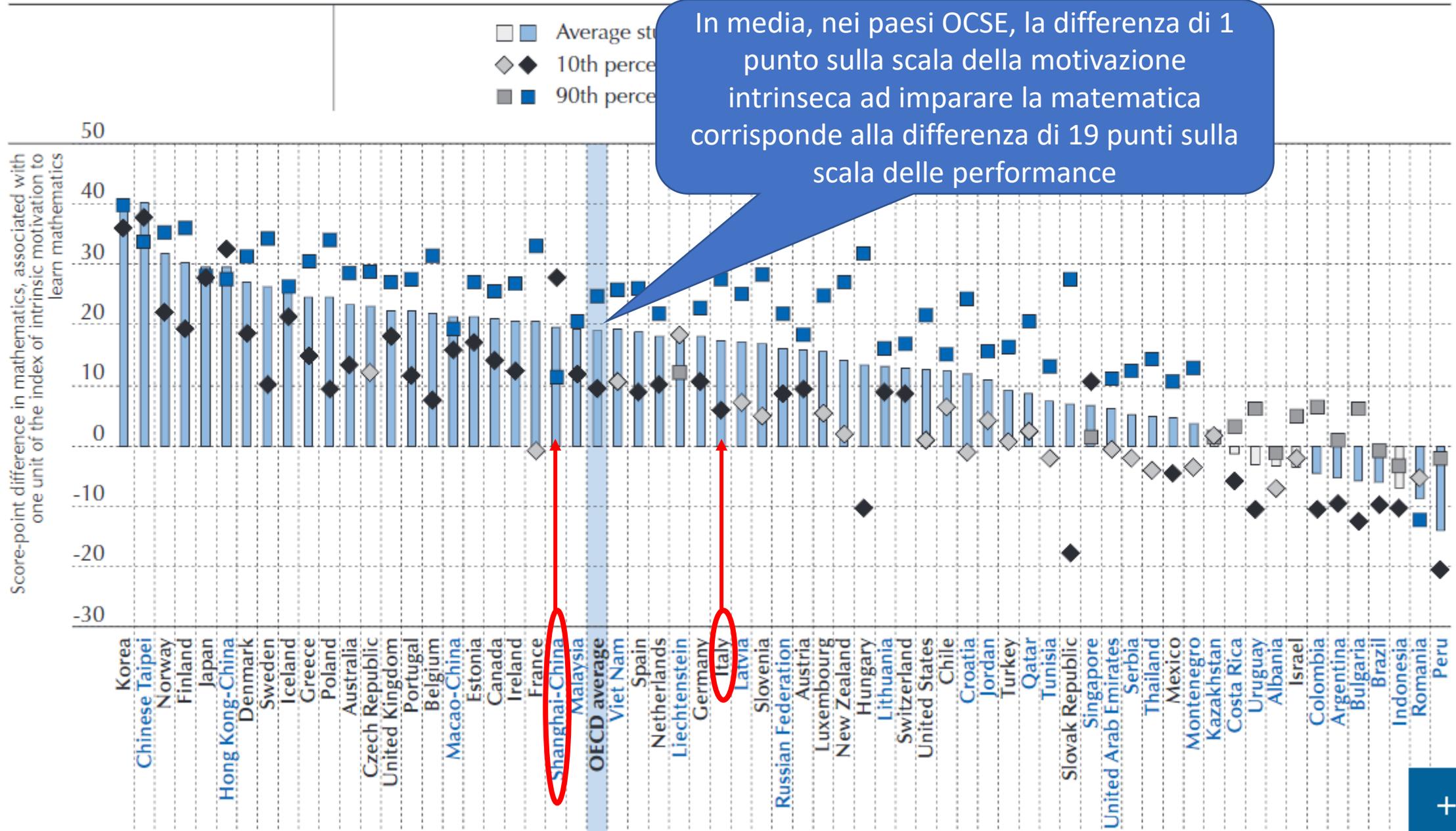


Source: OECD, PISA 2012 Database, Tables I.2.3a and III.4.1d.

StatLink  <http://dx.doi.org/10.1787/888932963844>

Figure III.3.13

Relationship between intrinsic motivation to learn mathematics and mathematics performance



GRAZIE